

Разумный перебор

1. В пунктах этой задачи нужен только верный ответ.

(а) Сколько существует чисел, больших, чем 3528, каждое из которых можно получить перестановкой цифр данного числа?

(b) Сколько существует трёхзначных чисел, сумма цифр которых не превосходит 4?

(с) На окружности отметили четыре различные точки. Сколько получилось дуг?

(d) Сколько двузначных чисел, у которых первая цифра меньше второй?

(е) Есть две белые, две красные и две розовые гвоздики. Сколькими способами их можно расставить в три вазы так, чтобы в каждой вазе стояли по две гвоздики разного цвета?

(f) Петя и Вася играют в пинг-понг, матч продолжается до трех побед. Сколько существует вариантов протекания матча?

(g) Из Жёлтой страны в Голубую ведут две дороги, из Голубой страны в Розовую — четыре. Из Жёлтой страны в Фиолетовую ведут три дороги, из Фиолетовой страны в Розовую — тоже три. Прямых дорог из Жёлтой страны в Розовую и из Голубой страны в Фиолетовую нет. Сколькими путями можно добраться из Жёлтой страны в Розовую? А из Голубой страны в Фиолетовую?

(h) Алфавит племени Ни-Бум-Бум содержит только три буквы — А, Б и В. Словом является любая последовательность, состоящая не более чем из трёх букв. Сколько слов в языке этого племени?

(i) Задача Леонарда Эйлера. Четверо господ при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили их обратно. Сколько существует вариантов, при которых каждый из них получит чужую шляпу?

2. На новогодний вечер пришли несколько супружеских пар, у каждой из которых было от 1 до 10 детей. Дед Мороз выбирал одного ребёнка, одну маму и одного папу из трёх разных семей и катал их в санях. Оказалось, что у него было ровно 3630 способов выбрать нужную тройку людей. Сколько всего могло быть детей на этом вечере?

3. Сколько пар натуральных чисел удовлетворяет равенству $2x + 5y = 90000$?

4. Петя и Вася играют в игру. У них есть табличка 2×16 (2 строки, 16 столбцов). Сначала Петя расставляет по одному натуральному числу в каждой клетке 5-го, 6-го, 7-го и 8-го столбцов, и показывает их Васе. Затем Вася пронумеровывает все клетки таблицы числами от 1 до 32 так, чтобы в обеих строках номера шли в порядке возрастания слева направо, и все числа от 1 до 32 были использованы Васей по одному разу. Петя побеждает, если найдется клетка, номер которой в Васиной нумерации совпадет или с написанным в ней Петей числом, или с числом, записанным Петей в другой клетке того же столбца. Вася выигрывает в противном случае. Кто выигрывает при правильной игре?

5. Каких палиндромов больше: 2023-значных, кратных 99, или 2024-значных, кратных 99? Напоминаем, что палиндромом называется натуральное число, которое читается одинаково как в прямом, так и в обратном направлении.

Разумный перебор

1. В пунктах этой задачи нужен только верный ответ.

- (a) Сколько существует чисел, больших, чем 3528, каждое из которых можно получить перестановкой цифр данного числа?
- (b) Сколько существует трёхзначных чисел, сумма цифр которых не превосходит 4?
- (c) На окружности отметили четыре различные точки. Сколько получилось дуг?
- (d) Сколько двузначных чисел, у которых первая цифра меньше второй?
- (e) Есть две белые, две красные и две розовые гвоздики. Сколькими способами их можно расставить в три вазы так, чтобы в каждой вазе стояли по две гвоздики разного цвета?
- (f) Петя и Вася играют в пинг-понг, матч продолжается до трех побед. Сколько существует вариантов протекания матча?
- (g) Из Жёлтой страны в Голубую ведут две дороги, из Голубой страны в Розовую — четыре. Из Жёлтой страны в Фиолетовую ведут три дороги, из Фиолетовой страны в Розовую — тоже три. Прямых дорог из Жёлтой страны в Розовую и из Голубой страны в Фиолетовую нет. Сколькими путями можно добраться из Жёлтой страны в Розовую? А из Голубой страны в Фиолетовую?
- (h) Алфавит племени Ни-Бум-Бум содержит только три буквы — А, Б и В. Словом является любая последовательность, состоящая не более чем из трёх букв. Сколько слов в языке этого племени?
- (i) Задача Леонарда Эйлера. Четверо господ при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили их обратно. Сколько существует вариантов, при которых каждый из них получит чужую шляпу?

2. На новогодний вечер пришли несколько супружеских пар, у каждой из которых было от 1 до 10 детей. Дед Мороз выбирал одного ребёнка, одну маму и одного папу из трёх разных семей и катал их в санях. Оказалось, что у него было ровно 3630 способов выбрать нужную тройку людей. Сколько всего могло быть детей на этом вечере?

3. Сколько пар натуральных чисел удовлетворяет равенству $2x + 5y = 90000$?

4. Петя и Вася играют в игру. У них есть табличка 2×16 (2 строки, 16 столбцов). Сначала Петя расставляет по одному натуральному числу в каждой клетке 5-го, 6-го, 7-го и 8-го столбцов, и показывает их Васе. Затем Вася пронумеровывает все клетки таблицы числами от 1 до 32 так, чтобы в обеих строках номера шли в порядке возрастания слева направо, и все числа от 1 до 32 были использованы Васей по одному разу. Петя побеждает, если найдется клетка, номер которой в Васиной нумерации совпадет или с написанным в ней Петей числом, или с числом, записанным Петей в другой клетке того же столбца. Вася выигрывает в противном случае. Кто выигрывает при правильной игре?

5. Каких палиндромов больше: 2023-значных, кратных 99, или 2024-значных, кратных 99? Напоминаем, что палиндромом называется натуральное число, которое читается одинаково как в прямом, так и в обратном направлении.